CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA”,

EDIȚIA a XX-a, BĂILEȘTI, 29 MARTIE 2025

CLASA a V-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Numărul divizorilor numărului $392 \cdot 2025$ este:
   a) 175 **b) 180** **c) 185** **d) 190**

2. Câte numere de patru cifre au produsul dintre prima și ultima cifră egală cu 12?
   a) 450 **b) 400** **c) 324** **d) 1200**

3. Numărul $A = 2027^2 + 2028^2 + 2029^2 + 2030^2 + 8 \cdot 2031 - 21$ este
   a) divizibil cu13 **b) un cub perfect**
   c) un număr natural par **d) un pătrat perfect**

4. Dacă $100 \cdot \{a - [(2^{2025} + 2^{2024} + 2^{2023} + 2^{2022}) : (2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + 2^{2019})]\} = 35000$ atunci numărul a este egal cu :
   a) 358 **b) 250** **c) 165** **d) 242**

4. Un număr natural împărțit cu 7 dă restul 1, iar împărțit cu 3 dă restul 2. Care va fi restul împărțirii aceluiași număr la 21?
   a) 8 **b) 13** **c) 15** **d) 6**

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete.

Problema 1 (20 puncte)

Știind că numerele naturale a, b, c verifică egalitatea $4\,a + 23\,b = 19\,c$, demonstrați că numărul $(a + b)(b + c)(c + a)$ este divizibil cu 874.

Problema 2 (20 puncte)

Determinați numerele naturale a, b, c pentru care aare loc relația: $a^3 + b^3 + c^3 = 6^{2025}$

Probleme propuse de: Nicolae Ivășchescu, Canada

Timp de lucru: 2 ore și 30 min

Din oficiu se acordă : 10 puncte

BAREM -Clasa a V-a

Partea I (5 x 10 p.)

1. b) 2. b) 3. d) 4. a) 5.a).

Partea a II-a

Problema 1(20 puncte)

$4\,a + 23\,b = 19\,c| + 19a \Rightarrow 23\,(a + b) = 19(\,c + a)$
$(23; 19) = 1$ } **.....5p**

$23|c + a$
$19|a + b$ }.....5p

$4\,a + 23\,b = 19\,c| + 19b \Rightarrow 2(2\,a + 21\,b) = 19(\,c + b)$
$(2; 19) = 1$ } …….....….5 p

$2|c + b$…….....……..……2 p

Finalizare .....…….....……3 p

Problema 2 (20 puncte)

$a^3 + b^3 + c^3 = 6^{2025}$

$6^{2025} = 6^{2022} \cdot 6^3$.....…...…….5 p

$6^3 = 216 = 5^3 + 4^3 + 3^3$.....……..……..5 p

$6^{2025} = 6^{2022} \cdot 6^3 = (6^{674})^3 \cdot (5^3 + 4^3 + 3^3)$…….……..……..5 p

$a^3 + b^3 + c^3 = (6^{674} \cdot 5)^3 + (6^{674} \cdot 4)^3 + (6^{674} \cdot 5)^3$

Finalizare.....5p

OFICIU: 10 p